



# Intervalos de Confiança para Média

Universidade Estadual de Santa Cruz

Ivan Bezerra Allaman

# Cronograma

1. Introdução
2. Intervalo de confiança para média: variância conhecida
3. Aplicações
4. Intervalo de confiança para média: variância desconhecida
5. Aplicações



# Introdução

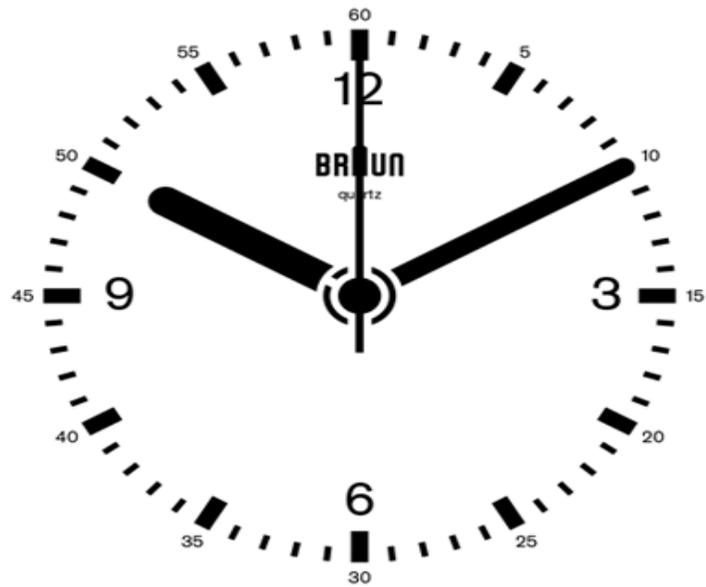
- Agora que já entendemos como são constituídos os intervalos de confiança, vamos aprender como elaborar um intervalo de confiança para os estimadores com base no *nível de confiança* desejado.
- Vamos abrir um parênteses apenas para as seguintes notações:
  - $\alpha$  é o símbolo utilizado para expressar o *nível de significância* ou *grau de desconfiança*;
  - Consequentemente, o *grau de confiança* é expresso como  $(1 - \alpha)$ .



# Intervalo de confiança para média: variância conhecida ( $\sigma^2$ )

- Em geral desconhecemos a variância da população, e utilizamos  $S$  como estimador para se ter alguma idéia da dispersão da população. No entanto, há casos em que se tem grandes quantidades de dados históricos do fenômeno que se pretende estudar, e nestes casos, podemos considerar  $\sigma^2$  como conhecido.
- Foi visto que o estimador sempre vem acompanhado da *margem de erro*. Mas enfim, o que é a *margem de erro*?





- A *margem de erro* da média amostral é dada pela seguinte expressão:

$$Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{X}}$$

- em que:
  - $Z_{\alpha/2}$  é o quantil da distribuição normal padrão
  - $\sigma_{\bar{X}}$  é o *erro padrão* da média
- Logo, a forma geral de uma estimação por intervalo é dada pela seguinte expressão:

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{X}}$$



# Aplicações

1. Em um esforço para estimar a quantia média que cada cliente gasta por jantar em um grande restaurante de Atlanta, foram coletados dados de uma amostra de 49 clientes. Suponha um desvio padrão de US\$ 5,00 para a população.

a. Para um grau de confiança de 95%, qual é a margem de erro?

Vamos retirar algumas informações do problema.

$$n = 49$$

$$\sigma = 5,00$$

$$\alpha = 0,05$$



Diante disto, vamos determinar o erro padrão da média e em seguida a margem de erro (ME).

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{5}{\sqrt{49}} = 0,7143$$

$$z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$ME = 1,96 \cdot 0,7143 = 1,4$$



b. Se a média amostral é US\$ 24,80, qual é o intervalo de confiança de 95% para a média populacional?

Como já temos a margem de erro, o intervalo de confiança será obtido somando e subtraindo a margem de erro da média amostral. Logo,

$$\bar{x} = 24,80$$

$$\begin{aligned} IC(95\%, \mu) &= (24,80 - 1,4; 24,80 + 1,4) \\ &= (23,4; 26,2) \end{aligned}$$



# Intervalo de confiança para média: variância desconhecida ( $\sigma^2$ )

- Quando a variância é desconhecida, faz-se necessário utilizar o estimador  $S^2$ . Consequentemente, a notação e cálculo para o erro padrão da média irá mudar para:

$$S_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

- Logo, ao invés da variável  $Z$  teremos uma nova variável denominada  $t_\phi$  com distribuição ***t de Student*** com  $\phi$  *graus de liberdade*.
- Portanto, a forma geral de estimação por intervalo é dada pela seguinte expressão:

$$\bar{X} \pm t_{(\phi; \alpha/2)} * S_{\bar{X}}$$

- O *graus de liberdade* é calculado como o tamanho da amostra ( $n$ ) menos um, ou seja,

$$\phi = n - 1$$



- Já vimos em distribuições de probabilidade de variáveis aleatórias como encontrar quantis seja utilizando o **R** ou o aplicativo *probability distribution*. Logo, caso não lembrem retorne as aulas sobre distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias contínuas.



# Aplicações

2. Trinta Lanchonetes de Ilhéus foram frequentados durante o verão de 2014. Durante cada visita, o cliente ia ao balcão e pedia um lanche básico, como por exemplo um x-salada e uma coca. Foi registrado o tempo decorrido entre escolher a opção do cardápio e receber o pedido. Os tempos, em minutos, para as 30 visitas foram as seguintes:

3,6 2,5 3,9 3,1 2,9 2,3 5,0 1,6 2,3 1,1 1,8 7,5 4,0 6,5 3,1

2,9 2,0 4,8 7,0 3,9 2,3 4,7 3,8 4,4 4,8 6,5 3,6 4,6 7,4 1,5



a. Apresente uma estimação por ponto da média populacional de tempo gasto nas lanchonetes.

$$\bar{X} = \frac{3,6 + 2,5 + \dots + 1,5}{30} = 3,85$$

b. Com 95% de confiança, qual é a margem de erro?

$$ME = t_{(29;0,025)} \cdot \frac{S}{\sqrt{30}} = 2,045 \cdot \frac{1,786}{\sqrt{30}} = 0,667$$

c. Qual é a estimação por intervalo de confiança de 95% para a média populacional?

$$\begin{aligned} IC(95\%, \mu) &= (3,85 - 0,667; 3,85 + 0,667) \\ &= (3,183; 4,517) \end{aligned}$$

