



Testes de Hipóteses para Diferença entre duas proporções

Universidade Estadual de Santa Cruz

Ivan Bezerra Allaman

Cronograma

1. Introdução
2. Estimadores
3. Estatística de teste
4. Exemplo
5. Aplicações



Introdução

- Seguindo a mesma idéia das seções anteriores, o que irá mudar agora é o parâmetro e conseqüentemente o cálculo dos estimadores.
- Outro detalhe, é que as amostras são tomadas de maneira independente em cada população.

Estimadores

- O estimador pontual da diferença entre duas proporções populacionais $\pi_1 - \pi_2$ é $p_1 - p_2$.
- Novamente devemos ter uma atenção especial no cálculo do erro padrão.
- Quando estivermos interessados em testar a hipótese de que a diferença entre as proporções das duas populações é um valor qualquer, mas diferente de zero, o erro padrão da diferença será dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{p_1 - p_2} = \sqrt{\frac{p_1(1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1 - p_2)}{n_2}}$$

- No entanto, quando o interesse é testar a hipótese de que a diferença entre as proporções é igual a 0, que é equivalente a testar se as duas populações possuem a mesma proporção, então o erro padrão da diferença será dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{p_1-p_2} = \sqrt{p_{12}(1-p_{12}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

- Em que p_{12} é o estimador agrupado de p_1 e p_2 . O seu cálculo é feito da seguinte forma:

$$p_{12} = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2}$$

Estatística de teste

- A estatística de teste é dada pela seguinte expressão:

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - \pi_0}{\sigma_{p_1 - p_2}}$$

Aplicação

1. Dois tipos diferentes de liga, A e B, foram usados para fabricar espécimes experimentais de uma junta de baixa tensão a ser usada em uma determinada aplicação de engenharia. A tensão de ruptura (ksi) de cada espécime foi determinada, e os resultados são resumidos na distribuição de frequência a seguir:

	Liga A	Liga B
(26, 30]	6	4
(30, 34]	12	9
(34, 38]	15	19
(38, 42]	7	10

Podemos afirmar que há diferenças entre as duas ligas quanto a uma tensão de ruptura de pelo menos 34 ksi? Considere um $\alpha = 0,10$.



Elaborando as Hipóteses tem-se:

$$H_0 : \pi_A - \pi_B = 0$$

$$H_1 : \pi_A - \pi_B \neq 0$$

Calculando as estatísticas tem-se:

$$\begin{aligned} p_A - p_B &= 0,55 - 0,6905 \\ &= -0,1405 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{AB} &= \frac{40 \cdot 0,55 + 42 \cdot 0,6905}{40 + 42} \\ &= 0,6220 \end{aligned}$$

$$z_{calc} = \frac{-0,1405 - 0}{0,1071}$$

$$= -1,3115$$

$$p\text{-valor} = 0,1897$$

$$\sigma_{p_A - p_B} = \sqrt{0,6220 \cdot (1 - 0,6220) \cdot \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{42} \right)}$$

Resp: Como $\overset{= 0,1071}{\text{o } p\text{-valor}}$ é maior do que α , não rejeita-se H_0 com 90% de confiança.

